محدودیتهای رتبه
$$\begin{cases} y_{11} + y_{21} + y_{31} = 1 \\ y_{12} + y_{22} + y_{32} = 1 \\ y_{13} + y_{23} + y_{33} = 1 \end{cases}$$

$$y_{ij} = 0, 1 \qquad (i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3)$$

رتبه بندی:

$$A_3 >>> A_2 >> A_1$$

۷-۷-روش آنتروپی شانون[1]

وقتی که داده‌های یک ماتریس تصمیم‌گیری به طور کامل مشخص شده باشند، روش آنتروپی می‌تواند برای ارزیابی وزنها به کار رود. آنتروپی یک مفهوم بسیار با اهمیت در علوم اجتماعی، فیزیکی و نیز در تئوری اطلاعات است.

آنتروپی در نظریه اطلاعات یک معیار عدم اطمینان است که به وسیله توزیع احتمال مشخص P_i بیان می‌شود. اندازه‌گیری این عدم اطمینان به وسیله شانون به صورت زیر بیان شده است.

رابطه (۱۰-۷)
$$E_i = S(P_1, P_2, \dots, P_n) = -K \sum_{i=1}^{n} P_i \ln P_i \qquad «i = 1, 2, \dots, m»$$

در این رابطه K یک مقدار ثابت است. از آنجا که رابطه فوق در محاسبات آماری مورد استفاده است به نام آنتروپی توزیع احتمال P_i نامیده می‌شود. واژگان آنتروپی و عدم اطمینان[2] در یک مفهوم به کار می‌روند. زمانی که P_iها مساوی با یکدیگر باشند (برای مقادیر j و i داده شده) در این صورت $P_i = \frac{1}{n}$.

در یک ماتریس تصمیم‌گیری P_{ij} می‌تواند برای ارزیابی گزینه‌های مختلف بکار رود. در ماتریس تصمیم‌گیری زیر m گزینه و n شاخص (معیار) مد نظر می‌باشند.

1- Shannon Entropy
2- Uncertainity

$$D = \begin{array}{c|ccccc} & & X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ \hline & A_1 & r_{11} & r_{12} & \dots & X_{1n} \\ & A_2 & r_{21} & r_{22} & \dots & X_{2n} \\ & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ & A_m & r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{array}$$

نتایج ماتریس بالا برای شاخص j (P_{ij}) به شرح زیر می‌باشد:

$$P_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} r_{ij}} \quad ; \quad j = 1, \dots, n \ \forall_{ij}$$

رابطه (۷-۱۱)

آنتروپی E_j به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$E_j = -K \sum_{i=1}^{m} P_{ij} \ln P_{ij} \ ; \ \forall_j$$

رابطه (۷-۱۲)

و K بعنوان مقدار ثابت به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$K = \frac{1}{L_{nm}} \qquad \frac{1}{\ln m}$$

m تعداد گزینه‌ها

که مقدار E_j را بین صفر و یک نگه می‌دارد.

در ادامه مقدار d_j (درجه انحراف)[1] محاسبه می‌شود که بیان می‌کند شاخص مربوطه (j) چه میزان اطلاعات مفید برای تصمیم‌گیری در اختیار تصمیم گیرنده قرار می‌دهد. هر چه مقادیر اندازه‌گیری شدهٔ شاخصی به هم نزدیک باشد نشاندهندهٔ آن است که گزینه‌های رقیب از نظر آن شاخص تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند. لذا نقش آن شاخص در تصمیم‌گیری باید به همان اندازه کاهش یابد.

$$d_j = 1 - E_j \ , \ \forall_j$$

رابطه (۷-۱۳)

سپس مقدار وزن W_j محاسبه می‌گردد که در آن بهترین وزن انتخاب می‌شود:

$$W_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^{n} d_j} \ ; \ \forall_j$$

رابطه (۷-۱۴)

1- Degree of Diversification

اگر تصمیم گیرنده از قبل وزن خاصی (λ_j) را برای هر شاخص j در نظر گرفته باشد در این صورت وزن جدید W_j به شرح زیر محاسبه می‌شود:

رابطه (۷-۱۵)

$$W_j = \frac{\lambda_j W_j}{\sum_{j=1}^{n} \lambda_j W_j}, \forall_j$$

مثال: ماتریس تصمیم‌گیری زیر را با ۴ گزینه و ۶ معیار در نظر بگیرید:

D =

گزینه‌ها \ معیارها	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
A_1	۲	۱۵۰۰	۲۰۰۰۰	۵/۵	۵	۹
A_2	۲/۵	۲۷۰۰	۱۸۰۰۰	۶/۵	۳	۵
A_3	۱/۸	۲۰۰۰	۲۱۰۰۰	۴/۵	۷	۷
A_4	۲/۲	۱۸۰۰	۲۰۰۰۰	۵	۵	۵

۸,۵

با استفاده از معادله (۷-۱۱)، P_{ij} به صورت زیر در می‌آید:

$[p_{ij}] =$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
A_1	۰/۲۳۵۳	۰/۱۸۷۵	۰/۲۵۳۲	۰/۲۵۵۸	۰/۲۵	۰/۳۴۶۲
A_2	۰/۲۹۴۱	۰/۳۳۷۵	۰/۲۲۷۸	۰/۳۰۲۳	۰/۱۵	۰/۱۹۳۵
A_3	۰/۲۱۱۸	۰/۲۵	۰/۲۶۵۸	۰/۲۰۹۳	۰/۳۵	۰/۲۶۹۲
A_4	۰/۲۵۸۸	۰/۲۲۵	۰/۲۵۳۲	۰/۲۳۲۶	۰/۲۵	۰/۱۹۲۳

آنتروپی هر شاخص (E_j)، درجه انحراف (d_j)، وزن نرمال شده (W_j) با استفاده از معادلات (۷-۱۲)، (۷-۱۳)، (۷-۱۴) عبارتند از:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
E_j	۰/۹۹۴۶	۰/۹۸۲۹	۰/۹۹۸۹	۰/۹۹۳۱	۰/۹۷۰۳	۰/۹۹۷
d_j	۰/۰۰۵۴	۰/۰۱۷۱	۰/۰۱۱	۰/۰۶۹	۰/۰۲۹۷	۰/۰۲۳
W_j	۰/۰۶۴۹	۰/۲۰۵۵	۰/۰۱۳۳	۰/۰۸۲۹	۰/۳۵۷	۰/۲۷۶۴